प्रश्नावली 13.1

1. छात्रों के एक समूह द्वारा उनके पर्यावरण जागरूकता कार्यक्रम के एक भाग के रूप में एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमें उन्होंने एक इलाके में 20 घरों में पौधों की संख्या के बारे में निम्नलिखित आंकड़े एकत्र किए। प्रति घर पौधों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए। माध्य ज्ञात करने के लिए आपने किस विधि का प्रयोग किया और क्यों?

पौधों की संख्या	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
घरों की संख्या	1	2	1	5	6	2	3

हल: - चूंकि x_i और f_i के मान बहुत छोटे हैं इसलिए हम माध्य ज्ञात करने के लिए प्रत्यक्ष विधि का उपयोग करेंगे।

पौधों की संख्या	घरों की संख्या (f_i)	x_i	$f_i x_i$
0-2	1	1	1
2-4	2	3	6
4-6	1	5	5
6-8	5	7	35
8-10	6	9	54
10-12	2	11	22
12-14	3	13	39
कुल	$\Sigma f_i = 20$		$\Sigma f_i x_i = 162$

$\therefore$ माध्य $= \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$= \frac{162}{20}$

$= 8.1$

$\therefore$ वह प्रति घर पौधों की औसत संख्या 8.1 है। Ans.

R.K. Paliwal Sir

2. किसी फेक्टरी के 50 श्रमिकों की दैनिक मजदूरी के निम्नलिखित बंटन पर विचार कीजिए:

दैनिक मजदूरी (रुपये में)	500-520	520-540	540-560	560-580	580-600
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, इस फेक्टरी के श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी ज्ञात कीजिए।

हल: - चूंकि x_i और f_i के मान बड़े हैं, इसलिए हम माध्य ज्ञात करने के लिए कल्पित माध्य विधि का उपयोग करेंगे।

दैनिक मजदूरी (रुपये में)	श्रमिकों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i$ - a	$f_i\, d_i$
500-520	12	510	-40	-480
520-540	14	530	-20	-280
540-560	8	550 = a	0	0
560-580	6	570	20	120
580-600	10	590	40	400
कुल	$\Sigma f_i = 50$			$\Sigma f_i d_i = -240$

$\therefore$ माध्य $= a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 550 + \frac{-240}{50}$

$= 550 - 4.8$

$= 545.2$

$\therefore$ कारखाने के श्रमिकों की दैनिक मजदूरी 545.20 रुपये है। Ans.

R.K. Paliwal Sir

3. निम्नलिखित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों का दैनिक जेबखर्च दर्शाता है। माध्य जेबखर्च 18 रुपये है। लुप्त बारंबारता f का ज्ञात कीजिए।

दैनिक जेब भत्ता (रुपये में)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

हल: - चूंकि x_i और f_i के मान बहुत छोटे हैं इसलिए हम माध्य ज्ञात करने के लिए प्रत्यक्ष विधि का उपयोग करेंगे।

दैनिक जेब भत्ता (रुपये में)	बच्चों की संख्या (f_i)	x_i	$f_i x_i$
11-13	7	12	84
13-15	6	14	84
15-17	9	16	144
17-19	13	18	234
19-21	f	20	20f
21-23	5	22	110
23-25	4	24	96
कुल	Σf_i = 44 + f		$\Sigma f_i x_i$= 20f + 752

∴ माध्य = $\frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

⇒ 18 = $\frac{20\,f + 752}{44 + f}$ [∵ माध्य दिया गया है]

⇒ 18 (44 + f) = 20 f + 752

⇒ 792 + 18 f = 20 f + 752

⇒ 18 f - 20 f = 752 - 792

⇒ - 2 f = - 40

⇒ f = 20

∴ लुप्त बारम्बारता f = 20 है। Ans.

कल्पित माध्य विधि का उपयोग करते हुए वैकल्पिक विधि

दैनिक जेब भत्ता (रुपये में)	बच्चों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i\,d_i$
11-13	7	12	-6	-42
13-15	6	14	-4	-24
15-17	9	16	-2	-18
17-19	13	18=a	0	0
19-21	f	20	2	2 f
21-23	5	22	4	20
23-25	4	24	6	24
कुल	$\Sigma f_i = 44 + f$			$\Sigma f_i d_i = 2f - 40$

$\therefore$ माध्य $= a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$\Rightarrow 18 = 18 + \frac{2f - 40}{44 + f}$ [$\because$ माध्य दिया गया है]

$\Rightarrow 18 - 18 = \frac{2f - 40}{44 + f}$

$\Rightarrow 0 = \frac{2f - 40}{44 + f}$

$\Rightarrow 0 = 2f - 40$

$\Rightarrow -2f = -40$

$\Rightarrow f = 20$

$\therefore$ लुप्त बारम्बारता f = 20 है। Ans.

4. किसी अस्पताल में, एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जांच की गई और उनके हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या नोट करके निचे दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई । एक उपयुक्त विधि का चयन करते हुए, इन महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या ज्ञात कीजिए:

R.K.Paliwal Sir

दिल की धड़कनों की संख्या	65-68	68-71	71-74	74-77	77-80	80-83	83-86
महिलाओं की संख्या	2	4	3	8	7	4	2

हल: - चूंकि x_i और f_i के मान बड़े हैं, इसलिए हम माध्य ज्ञात करने के लिए कल्पित माध्य विधि का उपयोग करेंगे।

दिल की धड़कनों की संख्या	महिलाओं की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
65-68	2	66.5	-9	-18
68-71	4	69.5	-6	-24
71-74	3	72.5	-3	-9
74-77	8	75.5 = a	0	0
77-80	7	78.5	3	21
80-83	4	81.5	6	24
83-86	2	84.5	9	18
कुल	$\Sigma f_i = 30$			$\Sigma f_i d_i = 12$

∴ माध्य $= a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 75.5 + \frac{12}{30}$

$= 75.5 + \frac{2}{5}$

$= 75.5 + 0.4$

$= 75.9$

∴ इन महिलाओं के लिए औसत दिल की धड़कन प्रति मिनट 75.9 है। Ans.

R.K. Paliwal Sir

5. किसी फुटकर बाजार में, फल विक्रेता पेटियों रखे आम बेच रहे थे। इन पेटियों में आमों की संख्या अलग-अलग थी। पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों बंटन निम्नलिखित था:

आमों की संख्या	50-52	53-55	56-58	59-61	62-64
बक्सों की संख्या	15	110	135	115	25

एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए। आपने माध्य ज्ञात करने की कौन-सी विधि चुनी?

हल: - चूंकि x_i और f_i के मान बड़े हैं, इसलिए हम माध्य ज्ञात करने के लिए कल्पित माध्य विधि का उपयोग करेंगे।

आमों की संख्या	C. I.	बक्सों की संख्या (f_i)	x_i	d_i= x_i- a	$f_i\, d_i$
50-52	49.5-52.5	15	51	-6	-90
53-55	52.5-55.5	110	54	-3	-330
56-58	55.5-58.5	135	57=a	0	0
59-61	58.5-61.5	115	60	3	345
62-64	61.5-64.5	25	63	6	150
कुल		Σf_i = 400			$\Sigma f_i d_i$= 75

∴ माध्य = a + $\frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

= 57 + $\frac{75}{400}$

= 57 + $\frac{3}{16}$

= 57 + 0.1875

= 57.1875

= 57 [∵ आम प्राकृतिक हैं]

∴ एक पैकिंग बॉक्स में रखे आमों की औसत संख्या 57 है। Ans.

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

6. निम्नलिखित सारणी किसी मोहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर दैनिक खर्च को दर्शाती है।

दैनिक व्यय (रुपये में)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
परिवारों की संख्या	4	5	12	2	2

उपयुक्त विधि द्वारा भोजन पर औसत दैनिक व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: - चूंकि x_i और f_i के मान बड़े हैं, इसलिए हम माध्य ज्ञात करने के लिए कल्पित माध्य विधि का उपयोग करेंगे।

दैनिक व्यय (रुपये में)	घरों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i$- a	$f_i d_i$
100-150	4	125	-100	-400
150-200	5	175	-50	-250
200-250	12	225=a	0	0
250-300	2	275	50	100
300-350	2	325	100	200
कुल	$\Sigma f_i = 25$			$\Sigma f_i d_i = -350$

$\therefore$ माध्य = a $+\frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

= 225 + $\frac{-350}{25}$

= 225 - 14

= 211

$\therefore$ एक इलाके में 25 परिवारों के भोजन पर औसत दैनिक व्यय 211 है। Ans.

R.K. Paliwal Sir

7. वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड (SO_2) की सांद्रता को ज्ञात करने के लिए, एक नगर के 30 मोहल्ले से आंकड़े एकत्रित किए गए, जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है:

SO_2 की सांद्रता	0.00-0.04	0.04-0.08	0.08-0.12	0.12-0.16	0.16-0.20	0.20-0.24
बारंबारता	4	9	9	2	4	2

वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: - चूंकि x_i और f_i के मान बड़े हैं, इसलिए हम माध्य ज्ञात करने के लिए कल्पित माध्य विधि का उपयोग करेंगे।

SO_2 की सांद्रता	बारंबारता (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
0.00-0.04	4	0.02	-0.08	-0.32
0.04-0.08	9	0.06	-0.04	-0.36
0.08-0.12	9	0.10 = a	0	0
0.12-0.16	2	0.14	0.04	0.08
0.16-0.20	4	0.18	0.08	0.32
0.20-0.24	2	0.22	0.12	0.24
कुल	$\Sigma f_i = 30$			$\Sigma f_i d_i = -0.04$

∴ माध्य $= a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 0.10 + \frac{-0.04}{30}$

$= 0.10 - 0.001$

$= 0.099$

∴ हवा में SO_2 की औसत सांद्रता 0.099 है। Ans.

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

8. किसी कक्षा अध्यापिका ने पुरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 छात्रों की अनुपस्थिति रूप में रिकॉर्ड की। एक छात्र जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिए।

दिनों की संख्या	0 - 6	6 - 10	10 - 14	14 - 20	20 - 28	28 - 38	38 - 40
छात्रों की संख्या	11	10	7	4	4	3	1

हल: -

दिनों की संख्या	छात्रों की संख्या (f_i)	x_i	$f_i\, x_i$
0-6	11	3	33
6-10	10	8	80
10-14	7	12	84
14-20	4	17	68
20-28	4	24	96
28-38	3	33	99
38-40	1	39	39
कुल	$\Sigma f_i = 40$		$\Sigma f_i x_i = 499$

∴ माध्य $= \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$= \frac{499}{40}$

$= 12.475$

$= 12.48$

∴ एक छात्र के अनुपस्थित रहने के दिनों की औसत संख्या 12.48 है। Ans.

R.K. Paliwal Sir

9. निम्नलिखित सारणी में 35 नगरों की साक्षरता दर (प्रतिशत में) दर्शाती है। माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिए।

साक्षरता दर (% में)	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
शहरों की संख्या	3	10	11	8	3

हल: -

साक्षरता दर (% में)	शहरों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
45-55	3	50	-20	-60
55-65	10	60	-10	-100
65-75	11	70=a	0	0
75-85	8	80	10	80
85-95	3	90	20	60
कुल	$\Sigma f_i = 35$			$\Sigma f_i d_i = -20$

∴ माध्य $= a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 70 + \frac{-20}{35}$

$= 70 - \frac{4}{7}$

$= 70 - 0.57$

$= 69.43$

∴ औसत साक्षरता दर 69.43% है। Ans.

R.K. Paliwal Sir

प्रश्नावली 13.2

1. निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है:

आयु (वर्षों में)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

ऊपर दिए गए आंकड़ों का बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों केंद्रीय प्रवृत्ति की मापों की तुलना कीजिए और उनकी व्याख्या कीजिए।

हल: -

उम्र (वर्ष में)	रोगियों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
5-15	6	10	-30	-180
15-25	11	20	-20	-220
25-35	21 $=f_0$	30	-10	-210
35-45	23 $=f_1$	40 = a	0	0
45-55	14 $=f_2$	50	10	140
55-65	5	60	20	100
कुल	$\Sigma f_i = 80$			$\Sigma f_i d_i = -370$

(i) यहाँ अधिकतम बारम्बारता 23 है

∴ बहुलक वर्ग 35-45 है

$l = 35$, $f_1 = 23$, $f_0 = 21$, $f_2 = 14$ और $h = 10$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 35 + \left(\frac{23-21}{46-21-14}\right) \times 10$$

$$= 35 + \left(\frac{2}{46-35}\right) \times 10$$

$$= 35 + \frac{20}{11}$$

$$= 35 + 1.8$$

= 36.8

(ii) माध्य = a + $\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

= 40 + $\frac{-370}{80}$

= 40 - $\frac{37}{8}$

= 40 - 4.625

= 35.375

∴ दिए गए आंकड़ों का बहुलक 36.8 है और माध्य 35.375 है। Ans.

2. निम्नलिखित आंकड़े 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवन काल (घंटों) की सुचना देते हैं:

जीवनकाल (घंटों में)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
बारम्बारता	10	35	52	61	38	29

उपकरणों का बहुलकल जीवनकाल ज्ञात कीजिए ।

हल: -

जीवनकाल (घंटों में)	बारम्बारता
0-20	10
20-40	35
40-60	52 $=f_0$
60-80	61 $=f_1$
80-100	38 $=f_2$
100-120	29

यहाँ अधिकतम बारम्बारता 61 है

∴ बहुलक वर्ग 60-80 है

l= 60, f_1= 61, f_0= 52, f_2= 38 और h= 20

∴ बहुलक = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

= 60 + $\left(\frac{61 - 52}{122 - 52 - 38}\right) \times 20$

= 60 + $\left(\frac{9}{122 - 90}\right) \times 20$

= 60 + $\frac{180}{32}$

= 60 + $\frac{45}{8}$

= 60 + 5.625

= 65.625

∴ बहुलक 65.625 है। Ans.

3. निम्नलिखित आँकड़े किसी गाँव के 200 परिवारों के कुल मासिक घरेलू व्यय के बंटन को दर्शाते हैं। इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ज्ञात कीजिए। इसके साथ ही माध्य मासिक व्यय भी ज्ञात कीजिए ।

व्यय (रुपये में)	1000-1500	1500-2000	2000-2500	2500-3000	3000-3500	3500-4000	4000-4500	4500-5000
परिवारों की संख्या	24	40	33	28	30	22	16	7

हल: -

व्यय (रुपये में)	परिवारों की संख्या (f_i)	x_i	d_i= x_i- a	$f_i\, d_i$
1000-1500	24 =f_0	1250	-1500	-36000
1500-2000	40 =f_1	1750	-1000	-40000
2000-2500	33 =f_2	2250	-500	-16500

2500-3000	28	2750= a	0	0
3000-3500	30	3250	500	15000
3500-4000	22	3750	1000	22000
4000-4500	16	4250	1500	24000
4500-5000	7	4750	2000	14000
कुल	$\sum f_i$= 200			$\sum f_i d_i$= -17500

यहाँ अधिकतम बारम्बारता 40 है

∴ बहुलक वर्ग 1500-2000 है

l= 1500, f_1= 40, f_0= 24, f_2= 33 और h= 500

बहुलक = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 1500 + \left(\frac{40-24}{80-24-33}\right) \times 500$

$= 1500 + \left(\frac{16}{80-57}\right) \times 500$

$= 1500 + \frac{8000}{23}$

= 1500 + 347.83

= 1847.83

(i) माध्य = a + $\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

$= 2750 + \frac{-17500}{200}$

$= 2750 - \frac{175}{2}$

= 2750 - 87.5

= 2662.50

∴ परिवारों का बहुलक मासिक व्यय 1847.83 रुपये है

और माध्य मासिक व्यय 2662.50 रुपये है I Ans.

R.K. Paliwal Sir

माध्य ज्ञात करने की वैकल्पिक विधि (चरण-विचलन विधि)

हल: -

व्यय (रुपये में)	परिवारों की संख्या (f_i)	x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
1000-1500	24 $= f_0$	1250	-3	-72
1500-2000	40 $= f_1$	1750	-2	-80
2000-2500	33 $= f_2$	2250	-1	-33
2500-3000	28	2750 = a	0	0
3000-3500	30	3250	1	30
3500-4000	22	3750	2	44
4000-4500	16	4250	3	48
4500-5000	7	4750	4	28
कुल	Σf_i = 200			$\Sigma f_i d_i$ = -35

$\therefore$ माध्य $= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$= 2750 + \frac{-35}{200} \times 500$

$= 2750 - \frac{35}{2} \times 5$

$= 2750 - \frac{175}{2}$

$= 2750 - 87.5$

$= 2662.50$ Ans.

4. निम्नलिखित बंटन भारत के उच्चतर माध्यमिक स्कूलों में, राज्यों के अनुसार, शिक्षक-छात्र अनुपात को दर्शाता है। इस आंकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। मापकों की व्याख्या कीजिए।

प्रति शिक्षक छात्रों की संख्या	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
राज्यों / संघीय क्षेत्रों की संख्या	3	8	9	10	3	0	0	2

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

हल: -

प्रति शिक्षक छात्रों की संख्या	राज्यों / संघीय क्षेत्रों की संख्या	x_i	$d_i = x_i -$ a	$f_i d_i$
15-20	3	17.5	-15	-45
20-25	8	22.5	-10	-80
25-30	9 $= f_0$	27.5	-5	-45
30-35	10 $= f_1$	32.5 = a	0	0
35-40	3 $= f_2$	37.5	5	15
40-45	0	42.5	10	0
45-50	0	47.5	15	0
50-55	2	52.5	20	40
कुल	$\Sigma f_i = 35$			$\Sigma f_i d_i = -115$

(i) यहाँ अधिकतम बारम्बारता 10 है

∴ बहुलक वर्ग 30-35 है

$l = 35$, $f_1 = 10$, $f_0 = 9$, $f_2 = 3$ और $h = 5$

बहुलक $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 30 + \left(\frac{10-9}{20-9-3}\right) \times 5$

$= 30 + \left(\frac{1}{8}\right) \times 5$

$= 30 + \frac{5}{8}$

$= 30 + 0.625$

$= 30.625$

(ii) माध्य $=$ a $+ \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 32.5 + \frac{-115}{35}$

$= 32.5 - 3.28$

$= 29.22$

R.K. Paliwal Sir

∴ इस आंकड़ों का बहुलक 30.625 है और माध्य 29.22 है। Ans.

5. दिया हुआ बंटन विश्व के कुछ शीर्ष बल्बाजों द्वारा एकदिवसीय अंतर्राष्ट्रीय क्रिकेट मैचों में बनाए गए रनों को दर्शाता है।

रन बनाए	3000-4000	4000-5000	5000-6000	6000-7000	7000-8000	8000-9000	9000-10000	10000-11000
बल्लेबाजों की संख्या	4	18	9	7	6	3	1	1

इन आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: -

रन बनाए	बल्लेबाजों की संख्या
3000-4000	4 $=f_0$
4000-5000	18 $=f_1$
5000-6000	9 $=f_2$
6000-7000	7
7000-8000	6
8000-9000	3
9000-10000	1
10000-11000	1

यहाँ अधिकतम बारम्बारता 18 है

∴ बहुलक वर्ग 4000-5000 है

l= 4000, f_1= 18, f_0= 4, f_2= 9 और h= 1000

∴ बहुलक = $l + \left(\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}\right) \times h$

$= 4000 + \left(\frac{18-4}{36-4-9}\right) \times 1000$

$= 4000 + \left(\frac{14}{36-13}\right) \times 1000$

$= 4000 + \frac{14000}{23}$

$= 4000 + 608.7$

$= 4608.7$

∴ दिए गए आंकड़ों का बहुलक 4608.7 रन है I Ans.

6. एक छात्र ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई कारों की संखाएं नोट की संख्या नोट की और इसे नीचे दी गई सारणी के रूप में व्यक्त किया। सारणी में दिया प्रत्येक प्रेक्षण 3 मिनट के अन्तराल में उस स्थान से होकर जाने वाली करों की संख्याओं से सम्बंदित है । ऐसे 100 अंतरालों पर प्रेक्षण लिए गए। इन आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए:

कारों की संख्या	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
बारम्बारता	7	14	13	12	20	11	15	8

हल: -

कारों की संख्या	बारम्बारता
0-10	7
10-20	14
20-30	13
30-40	12 $= f_0$
40-50	20 $= f_1$
50-60	11 $= f_2$
60-70	15
70-80	8

यहाँ अधिकतम बारम्बारता 20 है

∴ बहुलक वर्ग 40-50 है

l= 40, f_1= 20, f_0= 12, f_2= 11 और h= 10

∴ बहुलक = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 40 + \left(\frac{20-12}{40-12-11}\right) \times 10$

$= 40 + \left(\frac{8}{40-23}\right) \times 10$

$= 40 + \frac{80}{17}$

= 40 + 4.7

= 44.7

∴ दिए गए आंकड़ों का बहुलक 44.7 कार है I Ans.

प्रश्नावली 13.3

1. निम्नलिखित बारंबारता बंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली की मासिक खपत दर्शाता है। इन आंकड़ों के माध्यक, माध्य और बहुलक ज्ञात कीजिए और उनकी तुलना कीजिए।

मासिक खपत (इकाइयों में)	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185	185-205
उपभोक्ताओं की संख्या	4	5	13	20	14	8	4

हल: -

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या (f_i)	सीएफ़	x_i	d_i= x_i- a	$f_i\, d_i$
65-85	4	4	75	-60	-240
85-105	5	9	95	-40	-200
105-125	13 =f_0	22	115	-20	-260
125-145	20 =f_1	42	135-a	0	0
145-165	14 =f_2	56	155	20	280

165-185	8	64	175	40	320
185-205	4	68	195	60	240
कुल	Σf_i = 68				$\Sigma f_i d_i$= 140

(i) यहाँ n = 68 और $\frac{n}{2}$ = 34

∴ माध्यक वर्ग 125-145 है

l= 125, $c.f.$= 22, f= 20 और h= 20

माध्यक = $l + \left(\frac{\frac{n}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

$= 125 + \left(\frac{34-22}{20}\right) \times 20$

$= 125 + \left(\frac{12}{20}\right) \times 20$

= 125 + 12

= 137

(ii) माध्य = a + $\frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 135 + \frac{140}{68}$

$= 135 + \frac{35}{17}$

= 135 + 2.05

= 137.05

(iii) यहाँ अधिकतम बारम्बारता 20 है

∴ बहुलक वर्ग 125-145 है

l= 125, f_1= 20, f_0= 13, f_2= 14 और h= 20

बहुलक = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 125 + \left(\frac{20-13}{40-13-14}\right) \times 20$

$= 125 + \left(\frac{7}{40-27}\right) \times 20$

$= 125 + \frac{140}{13}$

$= 125 + 10.76$

$= 135.76$

∴ माध्यक = 137, माध्य = 137.05 और बहुलक = 135.76 Ans.

यहाँ तुलना यह है कि **माध्य > माध्यक > बहुलक** Ans.

2. यदि नीचे दिए गए बंटन की माध्यक 28.5 है, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
बारम्बारता	5	x	20	15	y	5

हल: -

कक्षा अन्तराल	बारम्बारता (f_i)	c. f.
0-10	5	5
10-20	x	5+x
20-30	20	25+x
30-40	15	40+x
40-50	y	40+x+y
50-60	5	45+x+y
कुल	60	

यहाँ 45 + x + y = 60 है

या, x + y = 15 ....। (i)

और माध्यक 28.5 है तो माध्यक वर्ग 20-30 है

और n = 60 तो $\frac{n}{2} = 30$

l= 20, $c.f$.= 5 + x, f = 20 और h = 10

माध्यक = $l + \left(\frac{\frac{n}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

$28.5 = 20 + \left(\frac{30-(5+x)}{20}\right) \times 10$

$28.5 - 20 = \left(\frac{30-5-x)}{20}\right) \times 10$

$8.5 = \frac{25-x}{2}$

$8.5 \times 2 = 25 - x$

17 = 25 - x

x = 25 - 17

x = 8

(i) 8 + y = 15 से

y = 15 - 8

y = 7

∴ x और y का मान क्रमशः 8 और 7 है। Ans.

3. एक जीवन बीमा एजेंट ने 100 पॉलिसी धारकों की आयु के बंटन के लिए निम्नलिखित आंकड़े प्राप्त किए। मध्यक आयु की गणना करें , यदि पॉलिसी केवल 18 वर्ष से अधिक लेकिन 60 वर्ष से कम आयु वाले व्यक्तियों को दी जाती है।

आयु (वर्षों में)	20 से नीचे	25 से नीचे	30 से नीचे	35 से नीचे	40 से नीचे	45 से नीचे	50 से नीचे	55 से नीचे	60 से नीचे
पॉलिसी धारकों की संख्या	2	6	24	45	78	89	92	98	100

हल: -

आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या (f_i)	आयु (वर्षों में)	f_i
20 से नीचे	2	20 से नीचे	2
25 से नीचे	6	20-25	4
30 से नीचे	24	25-30	18
35 से नीचे	45	30-35	21
40 से नीचे	78	35-40	33
45 से नीचे	89	40-45	11
50 से नीचे	92	45-50	3
55 से नीचे	98	50-55	6
60 से नीचे	100	55-60	2

(i) यहाँ n = 100 और $\frac{n}{2} = 50$

∴ माध्यक वर्ग 35-40 है

$l = 35$, $c.f. = 45$, $f = 33$ और $h = 5$

$$\text{माध्यक} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - c.f}{f}\right) \times h$$

$$= 35 + \left(\frac{50-45}{33}\right) \times 5$$

$$= 35 + \left(\frac{5}{33}\right) \times 5$$

$$= 35 + \frac{25}{33}$$

$$= 35 + 0.76$$

$$= 35.76$$

∴ औसत आयु 35.76 वर्ष है। Ans.

4. एक पौधे की 40 पत्तियों की लम्बाई निकटतम मिलीमीटर तक मापी जाती है तथा प्राप्त आंकड़ों को निम्न सारणी में दर्शाया गया है:

लंबाई (mm में)	118-126	127-135	136-144	145-153	154-162	163-171	172-180
पत्तों की संख्या	3	5	9	12	5	1	2

पत्तियों की माध्यक लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल: -

लंबाई (mm में)	c. i.	पत्तों की संख्या (f_i)	c. f.
118-126	117.5-126.5	3	3
127-135	126.5-135.5	5	8
136-144	135.5-144.5	9	17
145-153	144.5-153.5	12	29
154-162	153.5-162.5	5	34
163-171	162.5-171.5	4	38
172-180	171.5-180.5	2	40
कुल			

(i) यहाँ n = 40 और $\frac{n}{2}$= 20

∴ माध्यक वर्ग 145-153 है

l= 145, $c.f.$= 17, f= 12 और h= 9

माध्यक = $l+\left(\frac{\frac{n}{2}-c.f}{f}\right)\times h$

= 144.5 $+\left(\frac{20-17}{12}\right)\times 9$

= 144.5 $+\left(\frac{3}{12}\right)\times 9$

= 144.5 $+\frac{9}{4}$

= 144.5 + 2.25

R.K.Paliwal Sir

= 146.75 मिमी

∴पत्तियों की माध्यक लंबाई 146.75 मिमी है। Ans.

5. निम्न सारणी में 400 नियॉन लैंपों के जीवन काल का बंटन दिया गया है:

जीवन काल (घंटों में)	1500-2000	2000-2500	2500-3000	3000-3500	3500-4000	4000-4500	4500-5000
दीयों की संख्या	14	56	60	86	74	62	48

एक लैम्प का माध्यक जीवन काल ज्ञात कीजिए।

हल: -

जीवन काल (घंटों में)	लैंप की संख्या (f_i)	c. f.
1500-2000	14	14
2000-2500	56	70
2500-3000	60	130
3000-3500	86	216
3500-4000	74	290
4000-4500	62	352
4500-5000	48	400
कुल	400	

(i) यहाँ n = 400 और $\frac{n}{2}$= 200

∴ माध्यक वर्ग 3000-3500 है

l= 3000, $c.f.$= 130, f= 86 और h= 500

माध्यक = $l + \left(\frac{\frac{n}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

$= 3000 + \left(\frac{200-130}{86}\right) \times 500$

$= 3000 + \left(\frac{70}{43}\right) \times 250$

$= 3000 + \frac{17500}{43}$

$= 3000 + 406.98$

$= 3406.98$ घंटे

∴ एक लैंप का औसत जीवन काल 3406.98 घंटे है Ans.

6. एक स्थानीय टेलीफोन निर्देशिका से 100 कुलनाम लिए गए और उनमें प्रयुक्त अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का निम्नलिखित बारंबारता बंटन प्राप्त हुआ:

अक्षरों की संख्या	1-4	4-7	7-10	10-13	13-16	16-19
कुलनामों की संख्या	6	30	40	16	4	4

उपनामों में अक्षरों की औसत संख्या ज्ञात कीजिए। कुलनामों में माध्य अक्षरों की संख्या ज्ञात कीजिये? साथ ही, कुलनामों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: -

अक्षरों की संख्या	कुलनामों की संख्या (f_i)	सीएफ़	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
1-4	6	6	2.5	-6	-36
4-7	30=f_0	36	5.5	-3	-90
7-10	40 =f_1	76	8.5=a	0	0
10-13	16 =f_2	92	11.5	3	48
13-16	4	96	14.5	6	24
16-19	4	100	17.5	9	36
कुल	$\Sigma f_i = 100$				$\Sigma f_i d_i = -18$

RK Paliwal Sir

(i) यहाँ n = 100 और $\frac{n}{2}$ = 50

∴ माध्यक वर्ग 7-10 है

l= 7, $c.f.$= 36, f= 40 और h= 3

माध्यक = $l + \left(\frac{\frac{n}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

= $7 + \left(\frac{50-36}{40}\right) \times 3$

= $7 + \left(\frac{14}{40}\right) \times 3$

= $7 + \left(\frac{7}{20}\right) \times 3$

= $7 + \frac{21}{20}$

= 7 + 1.05

= 8.05

(ii) माध्य = a + $\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

= 8.5 + $\frac{-18}{100}$

= 8.5 - 0.18

= 8.32

(iii) यहाँ अधिकतम बारम्बारता 40 है

∴ बहुलक वर्ग 7-10 है

l= 7, f_1= 40, f_0= 30, f_2= 16 और h= 3

बहुलक = $l + \left(\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}\right) \times h$

= $7 + \left(\frac{40-30}{80-30-16}\right) \times 3$

= $7 + \left(\frac{10}{80-46}\right) \times 3$

R.K.Paliwal Sir

YouTube Channels: Maths 24 X 7 By R. K. Paliwal Sir Maths 24 X 7 By Paliwal Sir
www. mathspaliwalsir.com

$= 7 + \frac{10}{34} \times 3$

$= 7 + \frac{30}{34}$

$= 7 + 0.88$

$= 7.88$

∴ माध्यक = 8.05, माध्य = 8.32 और बहुलक = 7.88 Ans.

7. नीचे दिया हुआ बंटन एक कक्षा के 30 विद्यार्थियों के भार दर्शा रहा है। विद्यार्थियों का माध्यक भार ज्ञात कीजिए।

भार (किग्रा में)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	8	6	6	3	2

हल: -

भार (किग्रा में)	विद्यार्थियों की संख्या (f_i)	c. f.
40-45	2	2
45-50	3	5
50-55	8	13
55-60	6	19
60-65	6	25
65-70	3	28
70-75	2	30
कुल	30	

(i) यहाँ n = 30 और $\frac{n}{2} = 15$

∴ माध्यक वर्ग 55-60 है

$l = 55$, $c.f. = 13$, $f = 6$ और $h = 5$

माध्यक $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - c.f}{f}\right) \times h$

$= 55 + \left(\frac{15-13}{6}\right) \times 5$

$= 55 + \left(\frac{2}{6}\right) \times 5$

$= 55 + \frac{5}{3}$

$= 55 + 1.67$

$= 56.67$ किग्रा

∴छात्रों का औसत वजन 56.67 किलोग्राम है। Ans.

R.K.Paliwal Sir